
ESAME DI STATO PER L'ABILITAZIONE ALLA PROFESSIONE DI INGEGNERE

SECONDA SESSIONE 2017 – SEZIONE B

SETTORE INDUSTRIALE

PROVA PRATICA DI PROGETTAZIONE

TEMA N. 12 - BIOMEDICA

ESERCIZIO 1

Una variante del modello di Lotka-Volterra per un sistema preda-predatore è costituita dalle seguenti equazioni:

$$\dot{x}_1 = a x_1 - b x_1 x_2 - \mu x_1^2 \quad (1a)$$

$$\dot{x}_2 = c x_1 x_2 - d x_2 - \tau x_2 \dot{x}_1 \quad (1b)$$

dove

a, b, c, d sono parametri > 0 ;

$x_1(t) (\geq 0)$ è la densità della popolazione della specie preda;

$x_2(t) (\geq 0)$ è la densità della popolazione della specie predatrice;

Con $a = b = c = d = 1$,

- 1) disegnare lo schema di un sistema, costruito interconnettendo blocchi integratori, sommatore e moltiplicatori, che soddisfa le equazioni differenziali del modello;
- 2) determinare i punti di equilibrio del modello;
- 3) linearizzare il modello nell'intorno di ciascuno dei punti di equilibrio;
- 4) mostrare come la stabilità di ciascun punto di equilibrio dipende da μ e $\tau > 0$;
- 5) classificare i punti di equilibrio con almeno una coordinata nulla;
- 6) trovare l'equazione delle traiettorie percorse dal modello nel piano delle variabili di stato nell'intorno dell'origine e disegnarne l'andamento.